



# EJERCICIOS DE MATEMÁTICA



Descarga Gratis Fichas de Matemática para Inicial, primaria y Secundaria

GEOMETRÍA

QUINTO DE SECUNDARIA

## Problemas de Geometría del Espacio

### PRÁCTICA DIRIGIDA

#### NIVEL I

1).- Se tiene un círculo de diámetro AB; por "A" se levanta una perpendicular al plano del círculo, tomándose en ella un punto "P". Si "O" es el centro del círculo,  $PO=5$  y  $PB=2\sqrt{13}$ . Calcula el área del círculo.

- a)  $3\pi$                       b)  $\sqrt{3}\pi$                       c)  $9\pi$   
 d)  $16\pi$                       e)  $25\pi$

2).- Verdadero (V) o Falso (F):

- ( ) La proyección de un segmento sobre un plano es mayor que dicho segmento.  
 ( ) La proyección de un segmento sobre un plano paralelo a él, es congruente con dicho segmento.  
 ( ) La proyección de un segmento sobre un plano perpendicular a él, es un punto.

- a) VVV                      b) VFV                      c) FVV  
 d) VFF                      e) FFF

3).- Se tiene una circunferencia de centro O y diámetro 12cm. Por O, pasa una recta LO perpendicular al plano de la circunferencia. F, es un punto de L, tal que  $OF=8$ cm. Halla la distancia de F a cualquier recta tangente a la circunferencia.

- a) 6                      b) 8                      c) 10  
 d) 12                      e) 11

4).- En una circunferencia de centro O, se inscribe un triángulo ABC, recto en B. Se eleva  $\overline{BF}$  perpendicular al plano ABC, de modo que  $BF=AC$ . Si  $AB=6$  y  $BC=8$ . Halla OF.

- a)  $3\sqrt{2}$                       b)  $4\sqrt{5}$                       c)  $5\sqrt{5}$   
 d)  $6\sqrt{5}$                       e)  $2\sqrt{5}$

5).- Indica verdadero (V) o falso (F):

- Tres puntos determinan siempre un plano.
- Dos rectas determinan siempre un Plano.
- Si una recta es paralela a un plano, será paralela a todas las rectas contenidas en dicho plano.
- Si una recta es perpendicular a un plano, será perpendicular a todas las rectas contenidas en dicho plano.

Cuántas proposiciones son verdaderas.

- a) 1                      b) 3                      c) 2  
 d) 4                      e) 0

6).- En un cubo, cuyas aristas tienen longitud "a" cada una, halla la distancia de un vértice al centro de una cara opuesta.

- a)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$                       b)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$                       c)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$   
 d)  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$                       e)  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$

7).- ABCD, es un cuadrado de lado "a". Por B, se eleva  $\overline{BE}$  perpendicular al plano ABCD, tal que  $BE=a$ . Si "O" es centro del cuadrado y "H" punto medio de CD, halla el área de la región triangular EOH.

- a)  $\frac{a^2\sqrt{5}}{8}$                       b)  $\frac{a^2\sqrt{5}}{6}$                       c)  $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$   
 d)  $\frac{a^2\sqrt{3}}{5}$                       e)  $\frac{a^2\sqrt{5}}{8}$

8).- ABC es un triángulo equilátero de lado "L" por B, se eleva  $\overline{BR}$  perpendicular al plano ABC, de modo que:  $BR=L/2$ . Se trazan luego  $\overline{RA}$  y  $\overline{RC}$ . Halla el área de la región triangular ARC.

- a)  $\frac{L^2}{2}$                       b)  $\frac{L^2}{3}$                       c)  $2\frac{L^2}{4}$   
 d)  $\frac{L^2}{5}$                       e)  $\frac{L^2}{6}$

9).- Halla el máximo número de planos que determinan “n” puntos en el espacio.

- a)  $\frac{n(n+1)}{2}$                       b)  $\frac{n(n-1)}{6}$   
 c)  $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$                       d)  $\frac{n(n-1)(n-2)}{2}$   
 e)  $\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{6}$

10).- Halla el máximo de planos que determinan “n” rectas en el espacio.

- a)  $\frac{n(n-1)}{6}$                       b)  $\frac{n(n-1)}{2}$   
 c)  $\frac{n(n+1)}{2}$                       d)  $\frac{n(n-1)}{3}$   
 e)  $\frac{n(n-1)(n-2)}{3}$

**NIVEL II**

1).- Dados 20 puntos no colineales y no coplanares, ¿cuántos planos como máximo se podrán determinar con estos puntos?.

- a) 1130                      b) 1140                      c) 1150  
 d) 1160                      e) 1170

2).- Halla el máximo número de planos que determinan 10 rectas y 12 puntos del espacio.

- a) 220                      b) 385                      c) 150  
 d) 260                      e) 370

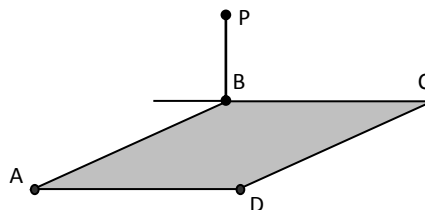
3).- Cuántas de las siguientes proposiciones son verdaderas:

- ( ) Dos rectas paralelas a un plano, son paralelas entre sí.
- ( ) Dos rectas perpendiculares a un plano, son paralelas entre sí.
- ( ) Una recta paralela a uno de dos planos perpendiculares, es paralela al otro plano.
- ( ) Tres puntos no colineales determinan un plano y solo uno.

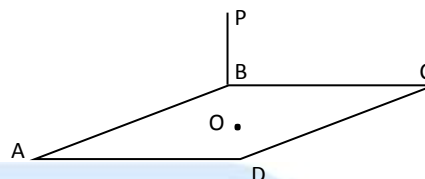
- a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                      e) N.A.

4).- ABCD: Región cuadrada; PB es perpendicular al plano ABCD; AB=2 Y PB=3. Calcula la medida del ángulo formado por PD y el plano ABCD.

- a) 30  
 b) 37  
 c) 45  
 d) 16  
 e) 15



5).- En la figura ABCD: Región cuadrada, PB es perpendicular al plano ABCD, PB=BC=2 , “O” es centro. Calcula la distancia de “O” a PD.



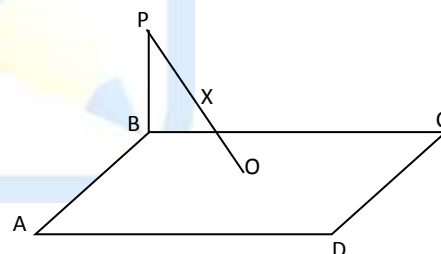
- a) 1                      b) 1,5                      c) 2  
 d) 2,5                      e) 3

6).- Cuántos planos se determinan como máximo con 10 rectas y 8 puntos.

- a) 180                      b) 181                      c) 182  
 d) 183                      e) 184

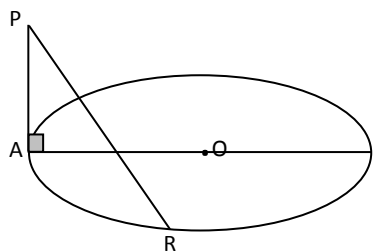
7).- ABCD cuadrado BP plano ABCD, AD = 2√2 Y BP = 3 . Calcula PO. (“o” centro del cuadro ABCD)

- a) √11  
 b) 2√3  
 c) √13  
 d) √14  
 e) √15



8).- Se muestra un círculo de centro “O” PA; es perpendicular al plano del círculo m AR = 60; AB = 10 y PR = 6 . Calcula PB.

- a) √110                      b) √111  
 c) √112                      d) √113                      e) √114



9).- ABC, es un triángulo equilátero de lado 6 cm. Contenido en un plano P. Se elevan :  $\overline{BQ} \perp P$  y  $\overline{CR} \perp P$ , de modo que  $BQ=6\text{cm}$  y  $CR=3\text{cm}$ . Halla el área de la región triangular AQR

- a)  $9\sqrt{2}$       b)  $9\sqrt{6}$       c)  $3\sqrt{2}$   
 d)  $3\sqrt{6}$       e)  $\sqrt{2}$

10).- BAC, es un triángulo recto en A,  $AB=6$  y  $AC=8$ . Por su incentro I se eleva  $\overline{IH}$  Perpendicular al Plano ABC, siendo  $IH=3$ . Halla HC.

- a) 10              b) 7              c) 5  
 d) 6              e) 8

**NIVEL III : SÓLIDOS GEOMÉTRICOS**

1. La base de un prisma recto, es base de un tetraedro regular de altura  $2\sqrt{6}$  cm. Y el área lateral del prisma es igual al área total del tetraedro. Halla el volumen del prisma.

- a) 50cm      b) 51              c) 52  
 d) 53      e) 54

2. Halla el área lateral de un prisma oblicuo, cuya sección recta es un hexágono regular de área  $24\sqrt{3} U^2$ . La altura del prisma es  $3\sqrt{3} u$  y las aristas laterales forman ángulos de  $60^\circ$  con la base.

- a)  $140 u^2$       b) 142              c) 144  
 d) 146      e) 150

3. Halla el volumen de un prisma oblicuo triangular, sabiendo que el área de una cara lateral, es  $5\text{cm}^2$  y la distancia de la arista opuesta a ésta es 10cm.

- a)  $35\text{cm}^3$       b). 25              c) 27  
 d) 28      e) 29

4. La base de un tronco de prisma oblicuo triangular, tiene área 12. Halla el volumen del sólido, sabiendo que las aristas laterales están inclinadas  $60^\circ$  respecto a la base y tienen longitudes 3, 4 y 5 respectivamente.

- a)  $22\sqrt{3}$       b)  $23\sqrt{3}$               c)  $24\sqrt{3}$   
 d)  $25\sqrt{3}$       e)  $26\sqrt{3}$

5. Halla el volumen de un tronco de prisma recto, cuyas bases son un triángulo equilátero FED y un triángulo rectángulo isósceles ABC. Además una cara lateral es un rectángulo de lados  $3\sqrt{2}$  y 6; siendo los mayores son las aristas laterales.

- a) 30              b) 30.5              c) 31  
 d) 31.5      e) 31

6. Halla el área lateral y el volumen de una pirámide regular hexagonal, sabiendo que las caras laterales forman diedros de  $45^\circ$  con la base y las aristas básicas tienen longitudes "a" Dar como respuesta el volumen.

- a)  $\frac{5}{4}a^3$       b)  $\frac{3}{2}a^3$               c)  $\frac{3}{4}a^3$   
 d)  $\frac{1}{4}a^3$       e)  $\frac{3}{7}a^3$

7. Las áreas de las bases de dos pirámides semejantes, son entre si 4 es a 9. Halla la relación de sus volúmenes.

- a)  $1/8$               b)  $8/27$               c)  $27/64$   
 d)  $1/27$       e)  $1/64$

8. En que relación se encuentran los volúmenes de los sólidos parciales que determina el plano mediatriz de la altura de una pirámide.

- a)  $1/8$               b)  $3/8$               c)  $5/6$   
 d)  $1/7$       e)  $1/2$

9. El volumen de un tetraedro ABCD, es  $30 u^3$  sobre  $\overline{AB}, \overline{AC}$  y  $\overline{AD}$ , se toman los puntos "M", "N" y "R", respectivamente. Si :  $AM=MB$ ;  $AN=2NC$  y  $2AR=3RD$ , Halla el volumen del sólido BCDRMN.

- a)  $20u^3$               b) 21              c) 24  
 d) 26              e) 28

10.El volumen de un tronco de pirámide cuadrangular regular es  $74 \text{ cm}^3$ . Si su altura mide 6cm y el área de una de las bases es  $16 \text{ cm}^2$ . Halla el área de la otra base, en  $\text{cm}^2$ .

- a) 6              b) 7              c) 8  
 d) 9              e) 5

11. Un cilindro está lleno de agua hasta la mitad. Se suelta un pedazo metálico y el nivel del agua sube a 3,5 cm. Si el diámetro del cilindro es 8cm. ¿cuál es el volumen del pedazo?.

- a) 150            b) 152            c) 174  
d) 176            e) 175

12.  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ , son generatrices opuestas de un cilindro circular recto y O punto medio de  $\overline{BC}$ . Siendo E un punto de  $\overline{CD}$ , tal que  $\overline{OE} \perp \overline{AE}$ ,  $CE = 8\text{cm}$ . Y  $ED = 9\text{cm}$ . Halla el área total del sólido.

- a).  $270\pi$     b)  $272\pi$     c)  $274\pi$   
d)  $276\pi$     e)  $278\pi$

13. En un vaso que tiene la forma de un cilindro recto de revolución, la altura es el doble del diámetro de la base. Si el vaso contiene un líquido que ocupa las  $\frac{3}{4}$  partes de su capacidad, determinar el ángulo que debe inclinarse desde su posición normal hasta el instante en que el líquido esté por derramarse.

- a)  $43^\circ$             b)  $44^\circ$             c)  $45^\circ$   
d)  $46^\circ$             e)  $47^\circ$

14. Halla el volumen de un cilindro oblicuo, de base circular; sabiendo que la generatriz mide igual que el diámetro de la base y la distancia del centro Q de una de dichas bases a los extremos de un diámetro  $\overline{AC}$  de la otra, son 9 y 13cm.; respectivamente.

- a)  $60\pi\sqrt{14}\text{cm}^3$             b)  $61\pi\sqrt{14}\text{cm}^3$   
c)  $62\pi\sqrt{14}\text{cm}^3$             d)  $63\pi\sqrt{14}\text{cm}^3$   
e)  $64\pi\sqrt{14}\text{cm}^3$

15. Una población con 5 000 habitantes consume en promedio por persona 20 litros de agua diariamente. Determinar el radio de un pozo cilíndrico que abastezca a la población y que tengo además capacidad para una reserva de 25% del consumo diario y tal que la altura sea 4 veces el diámetro.

- a)  $\frac{1}{2\sqrt[3]{\pi}}$             b)  $\frac{2}{2\sqrt[3]{\pi}}$             c)  $\frac{3}{2\sqrt[3]{\pi}}$   
d)  $\frac{5}{3\sqrt[3]{\pi}}$             e)  $\frac{5}{2\sqrt[3]{\pi}}$

16. La superficie lateral de un cono de revolución se interfecta por un plano paralelo a la base, determinando un cono parcial. Si las áreas laterales del cono parcial y tronco del cono, son entre sí como 4 es a 5; Halla la relación de volúmenes del cono parcial al cono total.

- a)  $1/8$             b)  $1/27$             c)  $8/27$   
d)  $27/64$             e) N. A.

17. Dado un cono de revolución, de vértice E, y volumen  $54\text{cm}^3$ , se traza un diámetro  $\overline{AC}$  en el círculo de la base. Halla el volumen del tronco de cono que se determina al trazar un plano paralelo a la base, por el baricentro de la región triangular AEC

- a)  $35\text{cm}^3$ .            b)  $36\text{cm}^3$ .            c)  $38\text{cm}^3$ .  
d)  $39\text{cm}^3$ .            e)  $34\text{cm}^3$ .

18. Un cono de revolución, se llama equilátero, si la generatriz mide igual que el diámetro de la base. Halla el volumen de un cono equilátero, conociendo el radio r de la esfera inscrita en él.

- a)  $2\pi r^3$ .            b)  $3\pi r^3$ .            c)  $4\pi r^3$ .  
d)  $5\pi r^3$ .            e)  $6\pi r^3$ .

19. Halla el volumen de un tronco de cono de revolución, sabiendo que los radios de las bases, miden 8 y 12cm., respectivamente y que el área de la superficie lateral es igual a la suma de áreas de las bases.

- a)  $3244\pi/5\text{cm}^3$ .            b)  $3234\pi/5\text{cm}^3$ .  
c)  $3224\pi/5\text{cm}^3$ .            d)  $3264\pi/5\text{cm}^3$ .  
e)  $3274\pi/5\text{cm}^3$ .

20. Halla el volumen de un tronco de cono de revolución, cuyas bases tienen radios 4 y 9cm., respectivamente. El área total del cono, es  $266\pi\text{cm}^2$ .

- a)  $530\pi\text{cm}^3$ .            b)  $531\pi\text{cm}^3$ .  
c)  $532\pi\text{cm}^3$ .            d)  $533\pi\text{cm}^3$ .  
e)  $534\pi\text{cm}^3$ .

21. En una esfera de radio "R", una zona esférica de altura  $R/4$ , es equivalente a un Huso. Halla el ángulo correspondiente al Huso.

- a)  $25^\circ$             b)  $35^\circ$             c)  $45^\circ$   
d)  $55^\circ$             e)  $65^\circ$

22. Halla el volumen, en  $m^3$ , de un segmento esférico de una base, cuyo casquete tiene área  $40\pi m^2$  y el radio de la esfera mide 10m.

- a)  $200\pi/3 m^2$       b)  $300\pi/3 m^2$   
 c)  $500\pi/3 m^2$       d)  $400\pi/3 m^2$   
 e)  $600\pi/3 m^2$

23. Halla el área de la superficie del sólido que se genera al girar la figura sombreada, alrededor del eje diametral  $\overline{CD}$ , si  $m\angle B = 120^\circ$  y radio "r".

- a)  $3/2\pi r^2$       b)  $5/2\pi r^2$       c)  $7/2\pi r^2$   
 d)  $9/2\pi r^2$       e)  $1/2\pi r^2$

24. Se funde una bola de plomo de radio 8cm para obtener luego bolitas del mismo material, con radio 1cm cada una. ¿Cuántas bolitas, como máximo se obtendrán?

- a) 14      b) 24      c) 34  
 d) 54      e) 64

25. En un recipiente que tiene la forma de un cilindro circular recto de altura igual al radio, se deposita arena, adoptando ésta la forma de una semiesfera cuyo círculo máximo coincide con la base del cilindro igual al radio de su base. ¿Qué fracción del volumen del recipiente no está ocupado?

- a)  $2/3 V_c$       b)  $4/3 V_c$       c)  $5/3 V_c$   
 d)  $7/3 V_c$       e)  $1/3 V_c$

**CLAVES DE RESPUESTAS**

**NIVEL I**

- 1) c      2) c      3) c  
 4) c      5) a      6) -  
 7) e      8) a      9) c  
 10) a

**NIVEL II**

- 1) b    2) b    3) b    4) b    5) c  
 6) b    7) c    8) b    9) b    10) b

**NIVEL III**

- 1) e    2) c    3) b    4) c    5) d  
 6) c    7) b    8) d    9) c    10) d  
 11) e    12) d    13) c    14) a    15) e  
 16) c    17) c    18) b    19) d    20) c  
 21) c    22) d    23) d    24) e    25) e